

گزاره ها و علامت گذاری (Statements And Notation)

گزاره یک جمله‌ی خبری ساده است که بدون هیچ‌گونه ابهام و بدون کمک از هیچ اطلاع دیگری، به جز آنچه که در خود جمله بیان شده است، بتوان راست یا دروغ بودن آن را تشخیص داد. (هر چند که فعلاً راست یا دروغ بودن آن برای ما معلوم نباشد)

مثلاً «تهران پایتخت کنونی ایران است»، «هر عدد زوج بر ۲ بخش پذیر است»: هر دو گزاره راست هستند!

«اصفهان پایتخت کنونی ایران است» و «عدد ۴ از ۳ کوچکتر است» هر دو گزاره دروغ هستند!

«در کره‌ی مریخ موجودات ذره‌بینی زندگی می‌کنند» یک جمله خبری و گزاره است هر چند که راست یا دروغ بودن آن فعلاً بر ما معلوم نیست ولی روزی معلوم خواهد شد که این جمله راست است یا دروغ است و جز این نخواهد بود.

ولی هیچ‌یک از جملات زیر گزاره نیستند:

«دوستم حسن مرد حسودی است»، زیرا حسود بودن نسبی است.

«علی در را ببند!»، زیرا یک جمله‌ی امری است.

بنابراین O.L. (Object Language) تنها شامل جملات خبری ساده است که فقط دارای یکی از دو ارزش راست (True) و یا دروغ (False) باشد.

* در منطق سمبولیک گزاره‌ها را با یکی از حروف بزرگ انگلیسی به غیر از T و F نمایش می‌دهند.

لفظهای پیوند دهنده (Connectives)

گزاره‌ها بر دو نوع‌اند. گزاره‌های ساده (Primitive Statement)، گزاره‌های مرکب (Compound Statement).

گزاره ساده یک جمله‌ی خبری ساده است که به جملات ساده‌تر قابل تجزیه نمی‌باشد و شامل هیچ لفظ پیوند دهنده‌ای نیست ولی گزاره مرکب را می‌توان از ترکیب گزاره‌های ساده و لفظهای پیوند دهنده و پرانتزها بوجود آورد. بنابراین در زیر چند لفظ پیوند دهنده مورد استفاده معرفی گردیده است؛

نفی (Negation) (\neg)

اگر P یک گزاره‌ی دلخواه باشد، گزاره‌ای را که P را انکار کند، نفی P گویند و به صورت "P" یا "¬P" نشان می‌دهند و «نفی P» یا «چنین نیست که P» می‌خوانند.

هر گاه P راست باشد، ¬P دروغ خواهد بود و بالعکس. جدول درستی این عملگر یگانی (Unary Operation) به شکل زیر

P	¬P
T	F
F	T

است؛

ترکیب عطفی یا AND (Conjunction) (\wedge)

گزاره‌ی مرکب حاصل از ترکیب عطفی دو گزاره‌ی دلخواه P و Q را به صورت $P \wedge Q$ نشان می‌دهند و آن را «ترکیب عطفی P و Q» یا «Q و P» می‌خوانند. جدول درستی این ترکیب، (Binary Operation) به شکل زیر است؛

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ترکیب فصلی یا OR (Disjunction) (\vee)

گزاره‌ی حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره‌ی دلخواه P و Q را به صورت $P \vee Q$ نشان می‌دهند و آن را «ترکیب فصلی P و Q» یا «P یا Q» می‌خوانند. جدول درستی این ترکیب به شکل زیر است؛

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

فرمول گزاره‌ای و جدول ارزش (Statement Formula And Truth Table)

هنگامی که گزاره‌های دلخواه را به طور مجرد در نظر بگیریم و آن‌ها را با استفاده از وسیله‌ی لفظهای پیوند دهنده با نظامی خاص کنار هم قرار دهیم، آنچه را که بدست می‌آید فرمول گزاره‌ای و هر یک از گزاره‌های ساده‌ی بکار رفته را یک مؤلفه گویند.

جدول ارزش (Truth Table)

جدولی که ارزش فرمول گزاره‌ای را به ازای تمام ترکیبات ارزش ممکن برای مؤلفه‌ها نمایش دهد، جدول ارزش آن فرمول گویند. اگر فرمول گزاره‌ای شامل n متغیر گزاره‌ای متمایز باشد، آنگاه جدول ارزش آن شامل 2^n ترکیبات ارزش متمایز خواهد بود.

مثال) جدول ارزش فرمول گزاره‌ای $(P \vee Q) \vee \sim P$ را تشکیل دهید؛

P	Q	$P \vee Q$	$\sim P$	$(P \vee Q) \vee \sim P$
T	T	T	F	T
T	F	T	F	T
F	T	T	T	T
F	F	F	T	T

* این مثال یک tautology است که در ادامه به تعریف آن خواهیم پرداخت

ترکیب شرطی (Conditional Statement) (\rightarrow)

ترکیب شرطی دو گزاره‌ی دلخواه P و Q را به صورت $P \rightarrow Q$ نشان می‌دهند و آنرا «اگر P آنگاه Q» می‌خوانند، در گزاره‌ی شرطی $P \rightarrow Q$ مؤلفه‌ی P را شرط (مقدم، Antecedent) و Q را جواب شرط (تالی، Consequent) گویند. ارزش گزاره‌ی $P \rightarrow Q$ فقط هنگامی دروغ است که مقدم آن دارای ارزش T و تالی آن دارای ارزش F باشد.

ترکیب شرطی در زبان فارسی به صورت زیر بیان می‌شود:

Q شرط لازم برای P است.

P شرط کافی برای Q است.

Q اگر P

P فقط اگر Q

جدول درستی این ترکیب به شکل روبرو است؛

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

باید توجه نمود در گزاره‌ی $P \rightarrow Q$ هیچ‌گونه مفهوم شرط وجود ندارد و تنها یک نامگذاری است. هم‌چنین وجود هیچ رابطه‌ای بین P و Q ضروری نیست.

مثال (۱) گزاره‌ی $P \rightarrow Q$ که در آن، P: امروز هوا آفتابی است و Q: $2+7 \geq 4$ ، دو گزاره معین هستند را به صورت جمله‌ی فارسی بیان کنید؛

پاسخ: اگر امروز هوا آفتابی باشد، آنگاه $2+7 \geq 4$ خواهد بود.

مثال (۲) گزاره‌ی زیر را بصورت سمبلیک بنویسید:

«اگر علی درس جبر را انتخاب کند یا رامین درس جغرافی را انتخاب کند، آنگاه حسن درس منطق را انتخاب خواهد کرد.»

پاسخ: با فرض P: علی درس جبر را انتخاب کند، Q: رامین درس جغرافی را انتخاب کند، L: حسن درس منطق را انتخاب می‌کند، داریم؛

$(P \vee Q) \rightarrow L$